

**Titre de la thèse :**

Étude des arbres couvrants optimisés et de leur application dans les réseaux

**Laboratoire d'accueil :**

Laboratoire d'Informatique de Bourgogne (LIB EA 5234), Université de Bourgogne, Dijon

**Spécialité du doctorat préparé :**

Informatique

**Mots-clefs :**

Arbre couvrant ; Graphe ; Optimisation ; Algorithme ; Réseaux

**Descriptif détaillé de la thèse**

**Contexte :** Tout graphe connexe qui contient des cycles possède plusieurs arbres couvrants. Définir et utiliser plusieurs arbres couvrants dans un graphe ou encore un réseau peut se révéler utile (par exemple dans un réseau Internet des objets (IoT), mesh, ad-hoc ou de Data center [2, 13, 11, 17]), grâce à une amélioration de la fiabilité de la qualité de service (QoS) dans ces réseaux en particulier si l'on optimise la disjonction entre ces arbres. Plusieurs niveaux de disjonction ont donc été définis et étudiés [5]; le plus récent et le plus contraint étant celui d'arbres complètement indépendants : les arbres couvrants  $T_1, T_2, \dots, T_k$  d'un graphe  $G$  sont des arbres couvrants complètement indépendants (ACCI) si pour tous sommets  $x$  et  $y$  de  $G$ , les chemins de  $x$  à  $y$  dans les  $T_i$  sont deux à deux disjoints excepté aux extrémités.

Depuis son introduction par Hasunuma en 2001 [8], le problème des ACCI a fait l'objet de nombreux travaux. Le problème de trouver deux ACCI dans un graphe est connu pour être NP-complet [10]. Araki [1] a donné une condition suffisante à la Dirac pour qu'un graphe possède  $k$  ACCI. Différents auteurs ont prouvé l'existence de 2 ou 3 ACCI dans des variantes de l'hypercube [14, 4, 16, 3]. Il y a aussi des résultats partiels pour les graphes planaires [9], les produits de graphes [10, 6], les  $k$ -arbres [12] et certains graphes de Cayley [15]. Étant donné que de nombreux graphes ne contiennent même pas 2 ACCI, Darties et al. [7] ont introduit une relaxation du problème : les  $(i,j)$ -ACCI dans lesquels on se permet au plus  $i$  sommets internes communs et au plus  $j$  arêtes internes communes au total entre tous les arbres couvrants.

**Travaux envisagés :** Ce projet de thèse a pour objectif de lever plusieurs verrous de recherche et de proposer des solutions innovantes. Nous spécifions à ce titre comme axes de recherche l'étude des ACCI et  $(i,j)$ -ACCI optimisés de façon théorique (preuves d'existence/non existence), algorithmique (heuristiques, complexité paramétrée) et appliquée (utilité de ces structures pour répondre à des problématiques dans les réseaux émergents tels que l'Internet des objets et les réseaux 5G et 6G). En particulier, parmi les points d'entrée possibles, on peut citer :

- Trouver plusieurs ACCI ou  $(i,j)$ -ACCI optimisés (avec  $i$  et/ou  $j$  petit) dans de nouvelles classes de graphes, par exemple les graphes circulants et les graphes de kneser et/ou optimiser le diamètre maximum (ou la distance moyenne) des arbres couvrants construits ;
- Proposer des méthodes heuristiques pour trouver des ACCI ou  $(i,j)$ -ACCI dans un graphe quelconque et le tester sur des instances de graphes ainsi que des réseaux du monde réel ;
- Étudier l'applicabilité des ACCI et  $(i,j)$ -ACCI dans le domaine des réseaux, sur les environnements actuels et émergents (Internet des objets (IoT), Nouvelles générations des réseaux mobiles 5G/6G, Cloud Computing/Networking, VANET, etc.).

## Références bibliographiques

- [1] T. Araki. Dirac's condition for completely independent spanning trees. *Journal of Graph Theory*, 77(3):171–179, 2014.
- [2] H. Bargaoui, N. Mbarek, O. Togni, and M. Frikha, [Hybrid QoS based routing protocol for inter and intra wireless mesh infrastructure communications](#), *J. Wireless Networks*, 22(7): 2111-2130, 2016.
- [3] G. Chen, B. Cheng, and D. Wang. Constructing completely independent spanning trees in data center network based on augmented cube. *IEEE Transactions on Parallel and Distributed Systems*, 32(3):665–673, 2020.
- [4] B. Cheng, D. Wang, and J. Fan. Constructing completely independent spanning trees in crossed cubes. *Discrete Applied Math.*, 219:100–109, 2017.
- [5] B. Cheng, D. Wang, and J. Fan. Independent spanning trees in networks: A survey. [ACM Computing Surveys](#) 55(14s), 2023.
- [6] B. Darties, N. Gastineau, and O. Togni. Completely independent spanning trees in some regular graphs. *Discrete Applied Math.*, 217:163–174, 2017.
- [7] B. Darties, N. Gastineau, O. Togni, [Almost disjoint spanning trees: relaxing the conditions for completely independent spanning trees](#), *Discrete Applied Math.*, Volume 236, 19 February 2018, Pages 124-136.
- [8] T. Hasunuma. Completely independent spanning trees in the underlying graph of a line digraph. *Discrete math.*, 234(1-3):149–157, 2001.
- [9] T. Hasunuma. Completely independent spanning trees in maximal planar graphs. In 28th Int. Workshop, WG 2002 Czech Republic, 2002 Revised Papers 28, pages 235–245. Springer, 2002.
- [10] T. Hasunuma and C. Morisaka. Completely independent spanning trees in torus networks. *Networks*, 60(1):59–69, 2012.
- [11] X.-Y. Li, W. Lin, X. Liu, C.-K. Lin, K.-J. Pai, and J.-M. Chang. Completely independent spanning trees on bccc data center networks with an application to fault-tolerant routing. *IEEE Transactions on Parallel and Distributed Systems*, 33(8):1939–1952, 2021.
- [12] M. Matsushita, Y. Otachi, and T. Araki. Completely independent spanning trees in (partial)  $k$ -trees. *Discussiones Mathematicae: Graph Theory*, 35(3), 2015.
- [13] A. Moinet, B. Darties, N. Gastineau, J.-L. Baril, and O. Togni. Completely independent spanning trees for enhancing the robustness in ad-hoc networks. In 2017 IEEE WiMob, Conference, pages 63–70, 2017.
- [14] K.-J. Pai and J.-M. Chang. Constructing two completely independent spanning trees in hypercube-variant networks. *Theoretical Computer Science*, 652:28–37, 2016.
- [15] K.-J. Pai, R.-S. Chang, and J.-M. Chang. Constructing dual-cists of pancake graphs and performance assessment of protection routings on some cayley networks. *The Journal of Supercomputing*, 77(1):990–1014, 2021.
- [16] K.-J. Pai, R.-S. Chang, R.-Y. Wu, and J.-M. Chang. Three completely independent spanning trees of crossed cubes with application to secure-protection routing. *Information Sciences*, 541:516–530, 2020.
- [17] B. Yao *et al.*, "Applying Graph theory to the Internet of Things," *2013 IEEE 10th International Conference on High Performance Computing and Communications & 2013 IEEE International Conference on Embedded and Ubiquitous Computing*, Zhangjiajie, China, 2013, pp. 2354-2361, doi: 10.1109/HPCC.and.EUC.2013.339.

## Profil demandé

Nous recherchons un bon candidat (Master 2 ou Ingénieur ou équivalent en Informatique/Mathématiques) avec des compétences dans le domaine des graphes et des réseaux :

- Théorie des graphes, Technologies utilisées dans les réseaux : architecture TCP/IP
- Simulation des réseaux : NS3/ NS2/OMNET++
- Programmation orientée objet : C++ / Java

**Financement : MESRI Etablissement**

Dossier à envoyer pour le 1<sup>er</sup> Juin 2024  
Début du contrat : 1<sup>er</sup> Octobre 2024  
Salaire mensuel brut : 2100€

**Direction de la thèse :**

Olivier TOGNI, Professeur, Responsable de l'équipe CombNet, [Olivier.Togni@u-bourgogne.fr](mailto:Olivier.Togni@u-bourgogne.fr)

**Encadrement de la thèse : co-directeur et co-encadrant**

Nader MBAREK, Professeur, Directeur Adjoint du LIB, [Nader.Mbarek@u-bourgogne.fr](mailto:Nader.Mbarek@u-bourgogne.fr)  
Mohammed LALOU, Maître de Conférences, [Mohammed.Lalou@u-bourgogne.fr](mailto:Mohammed.Lalou@u-bourgogne.fr)

Le dossier constitué par les éléments suivants est à envoyer par email à [Olivier.Togni@u-bourgogne.fr](mailto:Olivier.Togni@u-bourgogne.fr) ; [Nader.Mbarek@u-bourgogne.fr](mailto:Nader.Mbarek@u-bourgogne.fr) et [Mohammed.Lalou@u-bourgogne.fr](mailto:Mohammed.Lalou@u-bourgogne.fr) :

- ✓ un CV détaillé
- ✓ une lettre de motivation pour la recherche
- ✓ les relevés de notes et résultats en Licence, M1, M2, ou équivalent (veuillez indiquer votre classement et le nombre d'étudiants de la formation)
- ✓ Au moins une lettre de recommandation

**Titre de la thèse :**

A study of Optimized Spanning Trees and their use in Computer Networks

**Host Laboratory :**

LIB Laboratory, University of Burgundy, Dijon, France

**Speciality :**

Computer Science

**Keywords :**

Spanning tree; Graph ; Optimization; Algorithm; Networks

**Job description**

Every connected graph containing cycles possesses many spanning trees. Defining and using many spanning trees in a graph or within a network can be of practical interest, for instance in IoT (Internet of Things) mesh, ad-hoc and data center networks [2, 13, 11,17], through improved reliability and Quality of Service (QoS) in these networks in particular if the spanning trees' disjunction is optimized. The spanning trees  $T_1, T_2, \dots, T_k$  of a graph  $G$  are completely independent spanning trees (CISTs for short) if for every nodes  $x$  and  $y$ , the paths between  $x$  and  $y$  in the tree  $T_i$  are pairwise vertex disjoint except on their end-vertices.

Since its introduction by Hasunuma in 2001 [8], the problem attracted many research works. The problem of deciding if a graph has two CISTs is NP-complete [9]. Araki [1] provided a Dirac type condition for a graph to have  $k$  CISTs. Various authors proved the existence of two or three CISTs in some hypercube variants [14, 4, 16, 3]. On other classes of graphs there are partial results for planar graphs [9], product graphs [10, 6], partial  $k$ -trees [12], Cayley graphs [15]. As most of the graphs do not even have two CISTs, Darties et al. [7] introduced a relaxation of the problem by defining  $(i,j)$ -ISTs by allowing the spanning trees to share at most  $i$  internal nodes and at most  $j$  internal edges in total.

The objective of this thesis is to remove several research barriers and to propose innovative solutions. Thus, we specify as research axes the study of optimized CISTs and  $(i,j)$ -ISTs on both the theoretical (existence/non-existence proofs), algorithmical (heuristics, parameterized complexity), and practical (usefulness of these structures to address problems in emerging networks such as the Internet of Things as well as 5G and 6G networks) aspects. In particular, possible starting points can be to:

- Find many optimized  $(i,j)$ -IST (with small  $i$  and/or  $j$ ) in new graph classes, for instance circulant or Kneser graphs or to optimize the maximum diameter (or mean distance) of the built spanning trees;
- Propose new heuristic methods for finding CISTs or  $(i,j)$ -IST in an arbitrary graph and test them on real graphs as well as networks;
- Investigate the use of CISTs and  $(i,j)$ -ISTs in the field of networking while considering current and emerging network environments (Internet of Things (IoT), new generations of 5G/6G mobile networks, Cloud Computing/Networking, VANETs, etc.).

## Bibliography

- [1] T. Araki. Dirac's condition for completely independent spanning trees. *Journal of Graph Theory*, 77(3):171–179, 2014.
- [2] H. Bargaoui, N. Mbarek, O. Togni, and M. Frikha, [Hybrid QoS based routing protocol for inter and intra wireless mesh infrastructure communications](#), *J. Wireless Networks*, 22(7): 2111-2130, 2016.
- [3] G. Chen, B. Cheng, and D. Wang. Constructing completely independent spanning trees in data center network based on augmented cube. *IEEE Transactions on Parallel and Distributed Systems*, 32(3):665–673, 2020.
- [4] B. Cheng, D. Wang, and J. Fan. Constructing completely independent spanning trees in crossed cubes. *Discrete Applied Math.*, 219:100–109, 2017.
- [5] B. Cheng, D. Wang, and J. Fan. Independent spanning trees in networks: A survey. [ACM Computing Surveys](#) 55(14s), 2023.
- [6] B. Darties, N. Gastineau, and O. Togni. Completely independent spanning trees in some regular graphs. *Discrete Applied Math.*, 217:163–174, 2017.
- [7] B. Darties, N. Gastineau, O. Togni, [Almost disjoint spanning trees: relaxing the conditions for completely independent spanning trees](#), *Discrete Applied Math.*, Volume 236, 19 February 2018, Pages 124-136.
- [8] T. Hasunuma. Completely independent spanning trees in the underlying graph of a line digraph. *Discrete math.*, 234(1-3):149–157, 2001.
- [9] T. Hasunuma. Completely independent spanning trees in maximal planar graphs. In 28th Int. Workshop, WG 2002 Czech Republic, 2002 Revised Papers 28, pages 235–245. Springer, 2002.
- [10] T. Hasunuma and C. Morisaka. Completely independent spanning trees in torus networks. *Networks*, 60(1):59–69, 2012.
- [11] X.-Y. Li, W. Lin, X. Liu, C.-K. Lin, K.-J. Pai, and J.-M. Chang. Completely independent spanning trees on bccc data center networks with an application to fault-tolerant routing. *IEEE Transactions on Parallel and Distributed Systems*, 33(8):1939–1952, 2021.
- [12] M. Matsushita, Y. Otachi, and T. Araki. Completely independent spanning trees in (partial)  $k$ -trees. *Discussiones Mathematicae: Graph Theory*, 35(3), 2015.
- [13] A. Moinet, B. Darties, N. Gastineau, J.-L. Baril, and O. Togni. Completely independent spanning trees for enhancing the robustness in ad-hoc networks. In 2017 IEEE WiMob, Conference, pages 63–70, 2017.
- [14] K.-J. Pai and J.-M. Chang. Constructing two completely independent spanning trees in hypercube-variant networks. *Theoretical Computer Science*, 652:28–37, 2016.
- [15] K.-J. Pai, R.-S. Chang, and J.-M. Chang. Constructing dual-cists of pancake graphs and performance assessment of protection routings on some cayley networks. *The Journal of Supercomputing*, 77(1):990–1014, 2021.
- [16] K.-J. Pai, R.-S. Chang, R.-Y. Wu, and J.-M. Chang. Three completely independent spanning trees of crossed cubes with application to secure-protection routing. *Information Sciences*, 541:516–530, 2020.
- [17] B. Yao *et al.*, "Applying Graph theory to the Internet of Things," *2013 IEEE 10th International Conference on High Performance Computing and Communications & 2013 IEEE International Conference on Embedded and Ubiquitous Computing*, Zhangjiajie, China, 2013, pp. 2354-2361, doi: 10.1109/HPCC.and.EUC.2013.339.

## Applicant profile

We are looking for a good candidate (Master's degree, engineer or equivalent in computer science or mathematics) with skills in the fields of graphs and networks:

- Graph theory, Technologies used in networks: TCP / IP architecture, etc.

- Network simulation: NS3/NS2/OMNET ++
- Object-oriented programming: C ++ / Java.

**Financing institution : MESRI Etablissement**

Application deadline : 1<sup>st</sup> June 2024

Start of contract : 1<sup>st</sup> Octobre 2024

Monthly gross salary: 2100€

**Thesis Supervisor**

Olivier TOGNI, Professeur, Head of the LIB CombNet team, [Olivier.Togni@u-bourgogne.fr](mailto:Olivier.Togni@u-bourgogne.fr)

**Thesis Co-Supervisors**

Nader MBAREK, Professor, Deputy Director of the LIB, [Nader.Mbarek@u-bourgogne.fr](mailto:Nader.Mbarek@u-bourgogne.fr)

Mohammed LALOU, Associate Professor, [Mohammed.Lalou@u-bourgogne.fr](mailto:Mohammed.Lalou@u-bourgogne.fr)

Applicants are invited to submit their application to the PhD supervisor and co-supervisors listed above. Application must contain the following documents:

- ✓ A detailed CV
- ✓ Cover letter
- ✓ Transcripts and results in Bachelor, Master, or equivalent degrees (while indicating your ranking and the number of students)
- ✓ At least 1 reference letter